

УДК 656.015

СТАТИСТИЧНИЙ ОПИС ВЗАЄМНОГО РОЗТАШУВАННЯ ЗУПИНОЧНИХ ПУНКТІВ МІСЬКОГО ПАСАЖИРСЬКОГО ТРАНСПОРТУ

П.Ф. Горбачов, професор, д.т.н., П.С. Кабелянц, доцент, к.т.н.,
С.В. Свiчинський, асистент, ХНАДУ

Анотація. Наведено результати застосування показникового закону розподілу зі зсувом до опису довжини перегонів між зупиночними пунктами міського пасажирського транспорту та аналітичні залежності для опису відстаней між парами зупиночних пунктів, отримані на основі цього розподілу.

Ключові слова: перегін, відстань, зупиночний пункт, показниковий розподіл, гамма-розподіл, згортка розподілів, функція розселення.

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ВЗАИМНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ ОСТАНОВОЧНЫХ ПУНКТОВ ГОРОДСКОГО ПАССАЖИРСКОГО ТРАНСПОРТА

П.Ф. Горбачов, профессор, д.т.н., П.С. Кабелянц, доцент, к.т.н.,
С.В. Свiчинський, асистент, ХНАДУ

Аннотация. Приведены результаты применения показательного закона распределения со сдвигом к описанию длин перегонов между остановочными пунктами городского пассажирского транспорта и аналитические зависимости для описания расстояний между парами остановочных пунктов, полученные на основании этого распределения.

Ключевые слова: перегон, расстояние, остановочный пункт, показательное распределение, гамма-распределение, свертка распределений, функция расселения.

STATISTICAL DESCRIPTION OF RELATIVE POSITION OF CITY PASSENGER TRANSPORT STOP-POINTS

P. Gorbachov, Professor, Doctor of Technical Science, P. Kabalyants, Associate Professor,
Candidate of Technical Science, S. Svichinskiy, Assistant Lecturer, KhNAHU

Abstract. The paper presents the results of application of the exponential distribution with shift parameter to describe distance variation of spans among city passenger transport stop-points. The analytic dependences to describe the variation of distances between the pairs of city passenger transport stop-points received on the basis of this distribution are given.

Key words: span, distance, stop-point, exponential distribution, gamma distribution, convolution of distributions, settlement function.

Вступ

На сьогодні закономірностям розселення населення у містах транспортною наукою приділяється недостатньо уваги. Разом з тим

саме ці закономірності необхідно використовувати при розробці планів розвитку міських транспортних систем, що робить їх дуже актуальними на сучасному рівні транспортного моделювання [1, 2].

Аналіз публікацій

Існуючі моделі розселення населення використовують лише порогові значення витрат часу на переміщення між певними центрами транспортного тягіння [3], що свідчить про недостатню вивченість даного питання.

В той же час розселення населення є досить важливим фактором, який необхідно врахувати при транспортному моделюванні, адже саме воно може дати доволі обґрунтоване пояснення причинам розподілу транспортного попиту населення територією сучасних міст. На сьогоднішній день найбільш поширеними для такого розподілу є гравітаційна та ентропійні моделі, які є детермінованими та розподіляють попит, використовуючи один або рідше декілька транспортних факторів [1]. При цьому випадкові за своєю сутністю потреби населення в пересуваннях описуються фіксованими станами матриць кореспонденцій, що не може вважатися виправданим, оскільки варіантів цих матриць може бути безліч для кожного окремого стану транспортної мережі та цілей пересувань міського населення.

В роботі [2] було висунуто гіпотезу про залежність закономірностей розселення населення від закону розподілу довжин перегонів, тобто відстаней між суміжними зупинками міського пасажирського транспорту незалежно від його видів. В той же час в роботі [4] було зроблено припущення щодо матриці відстаней між транспортними районами міста, яке полягало в тому, що вона є результатом визначеного конфігурацією міської території сумування довжин перегонів.

При пошуках причин існування закономірностей розселення та зборі матеріалу для визначення вигляду функції розселення в роботі [2] було встановлено, що коливання довжин перегонів міст Суми, Кривий Ріг, Харків та Київ добре описуються логнормальним законом.

Окрім цього, в роботі [4] було визначено, що найбільш придатним для опису розподілу відстаней між транспортними районами міст є гамма-розподіл.

Виходячи з вищевикладеного, з метою визначення механізму перетворення довжин перегонів у матрицю відстаней між транспортними районами, а також опису зв'язку між

цими випадковими величинами, було здійснено спробу застосувати формулу згортки розподілів випадкових величин [5], однак виявилось, що згортка логнормальних розподілів має надто складний аналітичний вираз, що призводить до значних труднощів у її практичному застосуванні.

Це спричинило необхідність більш поглибленого вивчення закономірностей у коливаннях значень довжин перегонів, в ході якого було відзначено особливість всіх отриманих графіків логнормальних розподілів – вони є значно зміщеними вліво, різко зростаючими та з них видно, що значна кількість відстаней має невелике абсолютне значення [4].

Мета та постановка задачі

Робота має на меті встановити, використовуючи методи теорії ймовірностей та математичної статистики, взаємозв'язок розподілу відстаней між парами зупиночних пунктів (ЗП) з розподілом довжин перегонів [5].

Будемо припускати, що довжини перегонів є незалежними випадковими величинами. Таке припущення є достатньо коректним, оскільки нормативів щодо відстаней між зупинками різних видів міського транспорту не існує, а діючі норми відстаней між зупинками одного виду транспорту мають досить широкі рамки [6]. На цій основі можна записати, що довжини перегонів задані на ймовірнісному просторі (Ω, F, P) , де Ω – довільна множина елементарних наслідків – довжин перегонів, F – σ -алгебра підмножин Ω -подій, в нашому випадку – довжин перегонів, P – ймовірнісна міра на (Ω, F) [7]. Також слід зазначити, що вибірки зі значень довжин перегонів теж є незалежними, що узгоджується з наявними даними.

Виходячи з форми коливань довжин перегонів, гіпотезою дослідження є те, що описати ці коливання можливо показниковим законом розподілу, якщо ввести в нього параметр зсуву – мінімальну довжину перегону в місті.

Для цього необхідно виконати наступні завдання:

- 1) перевірити можливість опису розподілу довжин перегонів за допомогою показникового закону;
- 2) визначити математичний зв'язок гамма-розподілу відстаней між парами зупиночних пунктів та показникового закону розподілу довжин перегонів.

Методика проведення аналізу

З метою перевірки можливості опису коливань довжин перегонів за допомогою показникового закону розподілу, їх було перетворено у випадкову величину l'_k , значення якої розраховуються наступним чином

$$l'_k = l_k - l_{\min}, \quad (1)$$

де l'_k – скорегована довжина перегону, випадкова величина; l_k – довжина k -го перегону, випадкова величина; l_{\min} – мінімальне значення довжини перегону, константа для окремого міста.

В результаті такого перетворення значення l'_k для чотирьох міст, які слугують інформаційною базою дослідження, узгоджуються з гіпотезою про придатність показникового закону для опису їх розподілу (рисунки 1–4).

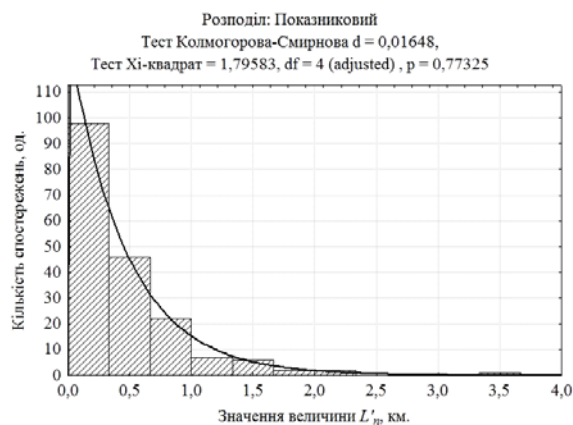


Рис. 1. Розподіл довжин перегонів м. Суми

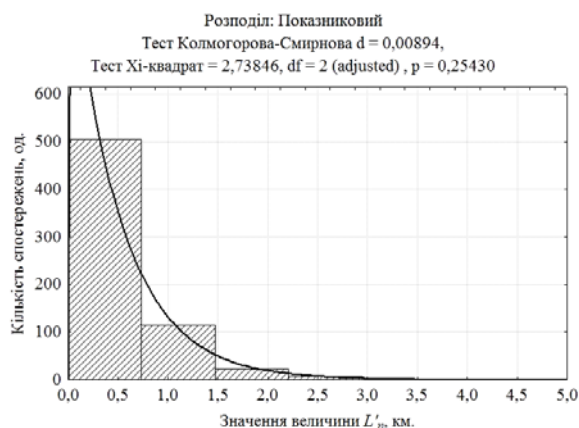


Рис. 2. Розподіл довжин перегонів м. Харкова

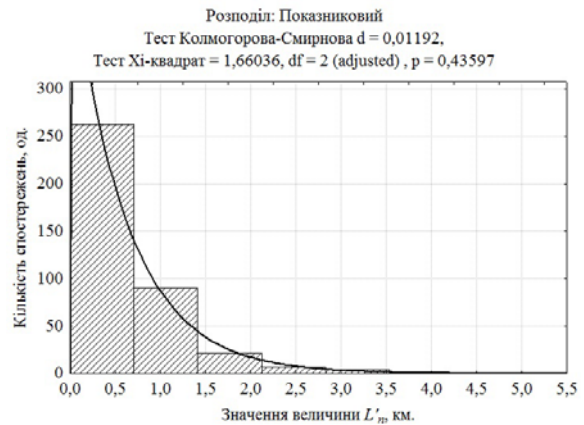


Рис. 3. Розподіл довжин перегонів м. Кривий Ріг

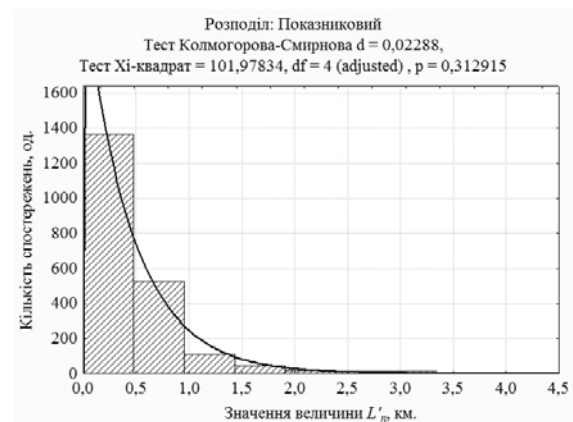


Рис. 4. Розподіл довжин перегонів м. Києва

Параметри отриманих законів розподілу наведені у табл. 1.

Таблиця 1 Значення параметрів показникового закону розподілу довжин перегонів міського пасажирського транспорту (МПТ)

Параметр	Місто			
	Суми	Кривий Ріг	Харків	Київ
l_{\min} , км.	0,043	0,079	0,074	0,034
λ	2,16	1,63	1,96	2,19

З метою застосування формули згортки до встановлених розподілів введемо наступні позначення

$$l_{ij} = \sum_{k=1}^{n_{ij}} l_k, \quad (2)$$

де l_{ij} – відстань між парою зупиночних пунктів i та j , випадкова величина; n_{ij} – кількість

перегонів на шляху прямування від району i до району j , випадкова величина.

З формул (1) та (2) маємо

$$l_{ij} = \sum_{k=1}^{n_{ij}} l'_k + n_{ij} \cdot l_{\min}. \quad (3)$$

Таким чином виходить, що закон розподілу l'_k для кожного міста є показниковим, а $\sum_{k=1}^{n_{ij}} l'_k$ – сума, тобто згортка показникових законів розподілу. З використанням методу математичної індукції можна довести, що щільність розподілу суми n незалежних випадкових величин l' , розподілених за показниковими законами з параметрами $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, має вигляд [7]

$$g_{(n)}(l') = (-1)^{n-1} \prod_{i=1}^n \lambda_i \sum_{j=1}^n \frac{e^{-\lambda_j l'}}{\prod_{k=1, k \neq j}^n (\lambda_j - \lambda_k)}. \quad (4)$$

Функція розподілу випадкової величини l' визначається так [7]

$$G_{(n)}(l') = \int_0^{l'} g_{(n)}(l') dl' = (-1)^{n-1} \prod_{i=1}^n \lambda_i \sum_{j=1}^n \frac{1 - e^{-\lambda_j l'}}{\lambda_j \prod_{k=1, k \neq j}^n (\lambda_j - \lambda_k)}. \quad (5)$$

Закон розподілу випадкової величини l_{ij} (4), (5) називається узагальненим законом Ерланга n -го порядку. Даний закон являє собою окремий випадок гамма-розподілу за цілих значень n [7]. Відмінність фактичних параметрів гамма-розподілу від цілих значень пояснюється тим, що значення n_{ij} також є випадковими для кожної пари ЗП i та j .

В цьому випадку підсумковий закон розподілу визначається як імовірнісна суміш розподілів Ерланга, що в загальному випадку приведе до втрати цілісності параметра форми розподілу. Додаткові корективи в підсумковий розподіл вносить друга складова виразу (3), яка також є функцією випадкової кількості перегонів між парами ЗП n_{ij} та підвищує математичне очікування l_{ij} .

Висновки

Поглиблений аналіз випадкових величин довжин перегонів МПТ міст Суми, Харків, Кривий Ріг та Київ показав, що їх коливання можуть бути описані показниковим законом зі зсувом, рівним мінімальній довжині перегону для міста. Такий опис не суперечить гіпотезі про те, що значення відстаней між парами зупиночних пунктів підкорюються гамма-розподілу. Наступним кроком досліджень повинне стати вивчення випадкової величини кількості перегонів між парами зупиночних пунктів, що дасть змогу більш точно перевірити висунуту у роботі гіпотезу.

Література

1. Ortuzar J.D. Modelling Transport. / J.D. Ortuzar, L.G. Willumsen. Third Edition. John Wiley & Sons Ltd, 2006. – 499 p.
2. Горбачов П.Ф. Аналіз відстаней між зупинками міського пасажирського транспорту як фактору впливу на розселення населення / П.Ф. Горбачов, С.В. Свічинський // Автомобильный транспорт. – 2010. – №26. – С. 101–104.
3. Шелейховский Г.В. Композиция городского плана как проблема транспорта / Шелейховский Г.В. – М.: Государственный институт проектирования городов «ГИПРОГОР», 1946 – 132 с.
4. Горбачов П.Ф. Аналіз матриці відстаней між транспортними районами міста як основи для розселення населення / П.Ф. Горбачов, С.В. Свічинський // Автомобильный транспорт. – 2010. – №27. – С. 73–76.
5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: Наука, 1988. – 480 с.
6. Государственные строительные нормы Украины: Градостроительство. Планировка и застройка городских и сельских поселений. ДБН 360-92**. – К.: 2002. – 91 с.
7. Теория вероятностей и математическая статистика [Електронний ресурс] / А.Д. Манита. – Режим доступу до книги: <http://www.teorver-online.narod.ru>.

Рецензент: Є.М. Гецович, професор, д. т. н., ХНАДУ.

Стаття надійшла до редакції 13 травня 2011 р.