

УДК 629.017

## ВЛИЯНИЕ ЧИСЛА СТЕПЕНЕЙ ПОДВИЖНОСТИ НА УПРАВЛЯЕМОСТЬ ДВУХОСНОГО АВТОМОБИЛЯ (в порядке обсуждения)

М.А. Подригало, профессор, д.т.н., Д.М. Клец, доцент, к.т.н., ХНАДУ

*Аннотация.* Проведен анализ количества степеней подвижности автомобиля в зависимости от схемы привода ведущих и числа направляющих колес. Показано влияние числа степеней подвижности на управляемость автомобиля.

*Ключевые слова:* автомобиль, управляемость, степени подвижности, управляющее воздействие.

## ВПЛИВ ЧИСЛА СТУПЕНІВ РУХЛИВОСТІ НА КЕРОВАНІСТЬ ДВОВІСНИХ АВТОМОБІЛІВ (у порядку обговорення)

М.А. Подригало, професор, д.т.н., Д.М. Клец, доцент, к.т.н., ХНАДУ

*Анотація.* Проведено аналіз кількості ступенів рухливості автомобіля залежно від схеми приводу ведучих і числа напрямних коліс. Показано вплив числа ступенів рухливості на керованість автомобіля.

*Ключові слова:* автомобіль, керованість, ступінь рухливості, керуючий вплив.

## INFLUENCE OF MOBILITY DEGREE ON THE TWO-AXLE VEHICLE CONTROLLABILITY (in order of discussion)

M. Podrygalo, Professor, Doctor of Technical Science,  
D. Klets, Associate Professor, Candidate of Technical Science, KhNAHU

*Abstract.* The analysis of the vehicle mobility degrees number depending on the drive circuit and the number of the drive wheels is conducted. The effect of mobility degrees number on the vehicle controllability is shown.

*Key words:* automobile, controllability, mobility degree, control action.

### Введение

За последние двадцать лет автомобилестроение резко шагнуло вперед. В высоком темпе происходит насыщение автомобилей электроникой, которая позволяет реализовать недоступные ранее возможности. Широкое распространение находят электронные системы динамической стабилизации, принцип действия которых построен на раздельном управлении динамикой каждого колеса.

Изменение направления движения легкового автомобиля осуществлялось, как правило, поворотом передних колес. Однако требования к маневренности непрерывно возраста-

ют, что привело к широкому распространению систем активного подруливания задних колес (4WS, RAS), устанавливаемых на автомобилях BMW, Honda, Infinity, Mazda, Mitsubishi, Toyota и др.

Указанные изменения приводят к необходимости уточнить понятие колесной формулы, а также определение управляемых колес автомобиля.

### Анализ публикаций

Современный автомобиль осуществляет плоскопараллельное движение (при движении по горизонтальной опорной плоскости) с

требуемыми траекторией и кинематическими параметрами за счёт управления кинематическими и динамическими параметрами колес. Кинематическими и динамическими параметрами колес являются углы поворота колес в плоскости их вращения, углы поворота колес относительно вертикальной оси (изменение положения плоскости их вращения относительно продольной плоскости автомобиля), скорости и ускорения указанных движений, а также тяговые и тормозные моменты на колесах. Поэтому все колеса автомобиля можно считать управляемыми, а те колеса, которые имеют возможность поворота плоскости их вращения относительно вертикальной оси, следует называть направляющими.

Для оценки управляемости автомобиля удобно использовать степени его подвижности, по аналогии с определением степени подвижности механизма в теории механизмов и машин. Определение числа степеней подвижности плоского механизма осуществляется с помощью структурной формулы П.Л. Чебышева, полученной в 1869 г. [1]

$$H = 3n - 2p_H - p_B, \quad (1)$$

где  $n$  – число подвижных звеньев механизма;  $p_H$  – число низших кинематических пар;  $p_B$  – число высших кинематических пар.

Для определения числа степеней подвижности пространственных механизмов используется структурная формула Сомова–Малышева [1]

$$H = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1, \quad (2)$$

где  $p_5, p_4, p_3, p_2, p_1$  – число кинематических пар соответственно 5-го, 4-го, 3-го, 2-го и 1-го класса.

Класс кинематической пары определяется числом ограничений, накладываемых на относительное движение звеньев, составляющих пару [1].

Число степеней подвижности определяет число независимых движений (число независимых координат), сообщаемых входным (ведущим) звеньям механизма и определяющих движение выходного звена.

Использование структурных формул (1) и (2) для определения числа степеней подвижности автомобиля сопряжено с рядом трудностей. Может вызвать ошибку определение числа пассивных связей. Поэтому удобнее осуществлять определение числа степеней подвижности автомобиля по числу независимых управляющих движений (воздействий), определяющих движение автомобиля как выходного (ведомого) звена.

Число ограничений  $K$  на относительное движение звеньев механизма – шасси автомобиля может быть определено по следующей формуле [1]:

$$K = 6n - H. \quad (3)$$

### Цель и постановка задачи

Целью исследования является определение числа степеней подвижности автомобиля при различных схемах управления колесами и оценка их влияния на его управляемость.

Для достижения указанной цели необходимо решить следующие задачи:

- определить число степеней подвижности двухосного автомобиля при различных схемах управления колесами;
- исследовать влияние числа степеней подвижности на управляемость двухосного автомобиля.

### Определение числа степеней подвижности двухосного автомобиля

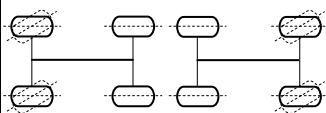
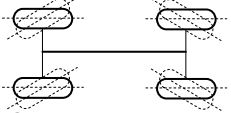
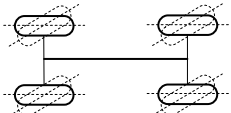
Число степеней подвижности автомобиля как машины определяется числом независимых управляющих воздействий, необходимых для изменения траектории и параметров его движения.

Для изменения параметров поступательного движения автомобиля используются двигатель и трансмиссия (моторно-трансмиссионная установка), а также тормозное управление. Для изменения параметров вращательного движения – рулевое управление, моторно-трансмиссионная установка и тормозное управление автомобиля. Моторно-трансмиссионная установка может применяться для создания разности тяговых сил (разности угловых скоростей) на колесах различных бортов [2]. Для создания аналогичного эффекта может использоваться раз-

дельное торможение колес различных бортов автомобиля [3].

В табл. 1 приведен анализ числа степеней подвижности двухосного автомобиля в зависимости от схемы управления колесами автомобиля.

**Таблица 1** Определение числа степеней подвижности двухосного автомобиля при различных схемах управления колесами

Схема управления колесами автомобиля	Число степеней подвижности, $H$
<p>1 Направляющие колеса на одном мосту автомобиля</p>  <p>1.1 Один ведущий мост (передний или задний) 2</p> <p>1.2 Два ведущих моста 3</p> <p>1.3 Раздельный привод ведущих колес различных бортов:</p> <p style="padding-left: 40px;">одной оси 3</p> <p style="padding-left: 40px;">двух осей 4</p>	
<p>2 Направляющие колеса на двух мостах автомобиля</p>  <p>2.1 Один ведущий мост 3</p> <p>2.2 Два ведущих моста 4</p> <p>2.3 Раздельный привод ведущих колес различных бортов:</p> <p style="padding-left: 40px;">одной оси 4</p> <p style="padding-left: 40px;">двух осей 6</p>	
<p>3 Движение «крабом»</p>  <p>3.1 Один ведущий мост 2</p> <p>3.2 Два ведущих моста 2</p> <p>4 Торможение колес одного борта автомобиля</p> <p>4.1 Направляющие колеса на одном мосту и ведущие колеса на одном мосту, торможение внутреннего колеса:</p> <p style="padding-left: 40px;">на одной оси 3</p> <p style="padding-left: 40px;">на двух осях 4</p>	

Колеса являются элементами автомобиля, обеспечивающими контакт последнего с опорной поверхностью. Благодаря этой связи обеспечивается изменение траектории и па-

раметров движения автомобиля. Все колеса автомобиля являются управляемыми, поскольку водитель управляет их динамическими и кинематическими параметрами. Ведущими колесами водитель управляет путем изменения угловой скорости и подведенного к ним крутящего момента.

Направляющие колеса также являются управляемыми, поскольку водитель, поворачивая их в плоскости дороги (изменяя положение плоскости их вращения), изменяет направление движения автомобиля. Тормозные колеса также управляются водителем.

Неуправляемыми являются неповоротные ведомые колеса, на которых отсутствуют тормозные механизмы. Такие колеса встречаются, например, на тракторных прицепах, поскольку на автомобильных прицепах, в соответствии с требованиями стандартов, тормоза должны устанавливаться на всех колесах.

Анализируя табл. 1, можно сделать вывод о том, что наибольшее число степеней подвижности имеет двухосный автомобиль с двумя ведущими мостами и направляющими колесами на всех мостах автомобиля.

Учитывая, что на дорогах появляется всё большее количество не только полноприводных автомобилей, но и автомобилей со всеми направляющими колесами, предлагается уточнить колесную (осевую) формулу автомобиля, вводя обозначение числа направляющих колес (осей).

Например, обозначение 4×2×2 означает, что у четырехколесного автомобиля имеется два ведущих и два направляющих колеса.

**Влияние числа степеней подвижности на управляемость двухосного автомобиля**

Наиболее общим случаем реализации всех степеней подвижности двухосного автомобиля является маневр «поворот». Известно [2, 3], что создание разности касательных реакций (разности угловых скоростей) на колесах различных бортов улучшает управляемость за счет появления дополнительных угловых ускорений автомобиля. Таким образом, маневр «поворот» может быть совершен путем создания следующих управляющих воздействий: поворот направляющих колес,

создание разности крутящих моментов (разности угловых скоростей) на колесах различных бортов.

Кроме того, быстрота совершения маневра (время маневра) зависит от линейной и угловой скоростей автомобиля, которые регулируются: количеством топлива, подаваемым в двигатель, и передаточным отношением в коробке передач. Эффект может быть большим в случае дополнительного торможения колес внутреннего борта автомобиля [3]. Время простого маневра  $t_{\text{ман}}$  включает в себя время запаздывания управляющего сигнала  $t_3$ , время нарастания управляющего сигнала  $t_{\text{Н}}$  от нуля до максимального значения и время установившегося движения  $t_{\text{уст}}$  в процессе выполнения маневра [4]. Поворот является сложным маневром, и потому время его совершения определяется следующей зависимостью [4]:

$$t_{\text{ман}} = t_{\text{вх}} + t_{\text{уст}} + t_{\text{вых}}, \quad (4)$$

где  $t_{\text{вх}}$  – время входа автомобиля в поворот

$$t_{\text{вх}} = t_3 + t_{\text{Н}}; \quad (5)$$

$t_{\text{вых}}$  – время выхода автомобиля из поворота

$$t_{\text{вых}} = t_3 + t_{\text{П}}; \quad (6)$$

$t_{\text{П}}$  – время падения управляющего сигнала от максимального значения до нуля; правоммерным, с точки зрения общего подхода к управляемости, можно считать, что  $t_{\text{П}} = t_{\text{Н}}$ .

Как уже отмечалось, сократить время совершения маневра можно за счет увеличения линейной и угловой скоростей автомобиля. Другим направлением сокращения времени маневра  $t_{\text{ман}}$  является сокращение времени  $t_{\text{Н}}$ . Это время можно сократить при использовании нескольких степеней подвижности автомобилей, реализуемых путем создания параллельных управляющих воздействий [4].

Если принять за выходную величину системы управления автомобилем угловую скорость поворота  $\omega_z$  в плоскости дороги, то в случае нескольких параллельных управляющих воздействий можно использовать уравнение полного дифференциала

$$d\omega_z = \frac{\partial\omega_z}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial\omega_z}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial\omega_z}{\partial x_i} dx_i + \quad (7)$$

$$+ \dots + \frac{\partial\omega_z}{\partial x_n} dx_n = \sum_{i=1}^n \frac{\partial\omega_z}{\partial x_i} dx_i,$$

где  $n$  – число параллельных управляющих воздействий.

Частными производными  $\frac{\partial\omega_z}{\partial x_i}$  регулируемой величины  $\omega_z$  по каждому из управляющих воздействий являются соответствующие передаточные функции  $W_i$ . В этом случае уравнение (7) примет вид

$$d\omega_z = \sum_{i=1}^n W_i dx_i. \quad (8)$$

Переходя от дифференциалов к производным по времени, получим

$$\frac{d\omega_z}{dt} = \sum_{i=1}^n W_i \frac{dx_i}{dt}. \quad (9)$$

Величина  $\frac{dx_i}{dt}$  характеризует темп нарастания  $i$ -го управляющего воздействия. Последнее преобразование справедливо при условии независимости передаточных функций  $W_i$  от времени.

Проведем сравнение времени нарастания  $t_{\text{Н}}^*$  управляющего воздействия при реализации одной степени подвижности автомобиля и аналогичного времени  $t_{\text{Н}}^{**}$  при создании параллельных управляющих воздействий (реализующих несколько степеней подвижности машины).

При одном управляющем воздействии

$$\frac{d\omega_z^*}{dt} = W \cdot \frac{dx}{dt}. \quad (10)$$

При нескольких параллельных управляющих воздействиях

$$\frac{d\omega_z^{**}}{dt} = \sum_{i=1}^n W_i \cdot \frac{dx_i}{dt}. \quad (11)$$

Из условия равенства выходных величин

$$\frac{d\omega_z^*}{dt} = \frac{d\omega_z^{**}}{dt} = \frac{d\omega_z}{dt}, \quad (12)$$

приравнивая правые части (10) и (11), получим

$$W \frac{dx}{dt} = \sum_{i=1}^n W_i \frac{dx_i}{dt}, \quad (13)$$

или

$$\frac{dx}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{W_i}{W} \frac{dx_i}{dt}. \quad (14)$$

Увеличение темпа нарастания управляющего (входного) сигнала влечёт за собой ухудшение устойчивости переходного процесса, а следовательно, и управляемости.

Отношение  $\frac{W_i}{W}$  может быть большим, меньшим или равным единице. Для упрощения примем  $\frac{W_i}{W} = 1$ .

В этом случае выражение (14) примет вид

$$\frac{dx}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{dx_i}{dt}. \quad (15)$$

Это означает, что темп нарастания одинарного управляющего воздействия будет равен сумме темпов нарастания параллельных управляющих воздействий. Темп нарастания управляющего сигнала по каждому из каналов управления будет ниже, чем в случае одинарного управляющего воздействия, что свидетельствует о повышении устойчивости переходного процесса при управлении и управляемости автомобиля.

Из выражений (10) и (11) получим

$$dt = \frac{d\omega_z^*}{\frac{dx}{dt} W}, \quad (16)$$

$$dt = \frac{d\omega_z^{**}}{\sum_{i=1}^n W_i \frac{dx_i}{dt}}. \quad (17)$$

Принимая, что темп нарастания управляющих сигналов по всем каналам одинаков, т.е.

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{dx_2}{dt} = \dots = \frac{dx_i}{dt} = \dots = \frac{dx_n}{dt}, \quad (18)$$

и  $\omega_z^* = \omega_z^{**}$ , проведем интегрирование уравнений (16) и (17) в пределах  $[0; \omega_z]$

$$t_H^* = \frac{\omega_z}{\frac{dx}{dt} W}; \quad (19)$$

$$t_H^{**} = \frac{\omega_z}{\frac{dx_i}{dt} \sum_{i=1}^n W_i} \quad (20)$$

Решая совместно уравнения (19) и (20), получим

$$t_H^{**} = t_H^* \frac{\frac{dx}{dt} W}{\frac{dx_i}{dt} \sum_{i=1}^n W_i}. \quad (21)$$

При  $\frac{dx}{dt} = \frac{dx_i}{dt}$  выражение (21) примет вид

$$t_H^{**} = t_H^* \frac{W}{\sum_{i=1}^n W_i}. \quad (22)$$

При допущении, что  $\frac{W_i}{W} = 1$ , получим соотношение

$$t_H^{**} = \frac{t_H^*}{n}. \quad (23)$$

Таким образом, увеличение числа степеней подвижности автомобиля влечёт за собой уменьшение времени нарастания управляющего воздействия  $t_H$  и времени маневра  $t_{ман}$ .

Следует отметить, что при кинематическом способе осуществления поворота [2, 3] (позиция 1 в табл. 1), если водитель не увеличивает подачу топлива в двигатель, то при начале маневра автомобиль теряет скорость и время его совершения увеличивается. Увеличение подачи топлива в двигатель приводит к сохранению величины начальной линейной

скорости, что позволяет уменьшить время маневра  $t_{\text{ман}}$  автомобиля. В данном случае реализуются две степени подвижности автомобиля и два управляющих воздействия.

### Выводы

В результате проведенного исследования определено число степеней подвижности двухосного автомобиля в зависимости от схемы управления его колесами. Наибольшим числом степеней подвижности автомобиль обладает при всех направляющих и ведущих колесах.

Целесообразным является дополнение колесной формулы обозначением числа направляющих колес. Например, обозначение 4×2×2 будет означать, что четырёхколесный автомобиль имеет два ведущих и два направляющих колеса. Соответственно осевая формула указанного автомобиля будет 2×1×1.

Увеличение числа степеней подвижности автомобиля и числа параллельных управляющих воздействий позволяет сократить время выполнения маневра и повысить устойчивость переходного процесса управления. Это обеспечивает повышение управляе-

мости и улучшение динамических свойств автомобиля.

### Литература

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин / И.И. Артоболевский. – М.: Наука, 1975. – 640 с.
2. Бобошко А.А. Нетрадиционные способы маневрирования колесных машин / А.А. Бобошко. – Х.: ХНАДУ, 2006. – 172 с.
3. Подригало М.А. Маневренность и тормозные свойства колесных машин / М.А. Подригало, В.П. Волков, В.И. Кирчатый, А.А. Бобошко ; под ред. М.А. Подригало. – Х.: ХНАДУ, 2003. – 403 с.
4. Подригало М.А. Маневренность и управляемость колесных машин. Определение понятий и критерии оценки / М.А. Подригало, Д.М. Клец // Учёные записки Крымского инженерно-педагогического университета. Технические науки. – 2012. – Вып. 35. – С. 5–21.

Рецензент: В.И. Клименко, профессор, к.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 22 ноября 2012 г.